

1. Untersuchen Sie nachfolgende Folgen auf Monotonie. Beweisen Sie Ihre Behauptung! (monoton steigend, monoton fallend, streng monoton steigend, streng monoton fallend oder keine Monotonie)

$$a_n = n^2 + 3n - 1$$

$$b_n = 4 - n^2 + 3n$$

$$c_n = n^2 - 5n + 2$$

$$d_n = 2n^2 + 5 - 5n$$

2. Untersuchen Sie nachfolgende Folgen auf Monotonie. Beweisen Sie Ihre Behauptung! (monoton steigend, monoton fallend, streng monoton steigend, streng monoton fallend oder keine Monotonie)

$$a_n = |2n + 3|$$

$$b_n = |2n - 3|$$

$$c_n = |2n - 5|$$

$$d_n = |4 - |4n - 6||$$

3. Gegeben ist die Folge mit dem allgemeinen Glied:

$$a_n = \frac{6n+1}{2n-1}$$

- a) Ist diese Folge streng monoton?

Beweisen Sie Ihre Behauptung!

- b) Bestimmen Sie mit Hilfe von Grenzwertsätzen den Grenzwert der Folge!

- c) Beweisen Sie mit Hilfe einer ε -Umgebung, daß der gefundene Wert tatsächlich der Grenzwert ist!

4. a) Ist nebenstehende Folge monoton?

$$a_n = n^2 - 3n + 2$$

Beweisen Sie Ihre Vermutung!

- b) Bestimmen Sie mit Hilfe von Grenzwertsätzen den Grenzwert der nebenstehenden Folge!

$$a_n = \frac{3n^2 - 5n}{2n^2 + 2n - 1}$$

- c) Beweisen Sie mit Hilfe einer ε -Umgebung, daß 4 der Grenzwert der nebenstehenden Folge ist!

$$a_n = \frac{8n - 5}{2n - 7}$$

5. Gegeben ist nebenstehende Folge a_n .

$$a_n = \frac{5n - 6}{1 - 2n}$$

- a) Ist die Folge streng oder einfach monoton steigend oder fallend?

Beweisen Sie Ihre Vermutung!

- b) Beweisen Sie mit Hilfe einer ε -Umgebung, daß gilt: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -2,5$

- c) Beweisen Sie, daß der Grenzwert zugleich auch eine untere Schranke der Folge a_n ist!

- d) Wie könnte man auch ganz ohne Rechnung zeigen, was unter c) behauptet wird, wenn die Ergebnisse von a) und b) bekannt sind?

6. Bestimmen Sie die Grenzwerte mit Hilfe der Grenzwertsätze, so weit diese existieren:

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 2n - 3}{2n^2 - n + 50}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n - 8n^{-2} + 8}{8n^2 + 8n + 7}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 4n + 2}{2n^2 - n + 45}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n - 6n^2 + 8n^3}{3n^2 - 5n + 2}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n - 3)^2 \cdot (n + 2)}{2n^3 + 5n + 45}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n - 6n^{-2} + 8}{4n^2 + 4n + 4}$

Hinweis: In jedem Schritt des Beweises darf nur ein Grenzwertsatz (eventuell mehrfach gleichzeitig an verschiedenen Stellen) angewendet werden.